

риалов // Вісник НТУ «ХПІ». – Харків: НТУ «ХПІ». – № 19. – 2004. – С. 23-32. 3. *Lemaitre J., Chaboche J.-L.* Mechanics of solid materials. – Cambridge: University press, 1994. – 556 p. 4. *Тайра С., Отани Р.* Теория высокотемпературной прочности материалов. – М.: Металлургия, 1986. – 280 с. 5. *Г.Гварниери* Характеристики длительной прочности листовых материалов при циклических нагрузках и температурах // Жаропрочные сплавы при изменяющихся температурах и напряжениях. – Госэнергиздат, 1960. – С. 65-111.

Поступила в редколлегию 01.09.2008

УДК 539.1

Д.В.ВАСЮКОВ, НТУ «ХПИ», Харьков

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ОСНАСТКИ ДЛЯ МАГНИТНО-ИМПУЛЬСНОЙ ШТАМПОВКИ

Розглянута задача магнітопружності в об'ємній постановці для оснащення систем магнітно-імпульсного штампування листових металевих заготовок. Отримано розподіл механічних напружень, які виникають в індукторі під дією магнітного поля. Отримано розподілу характеристик магнітного поля: напруженості та індуктивності.

The three-dimensional magnetoelasticity problem for equipment of magnetic pulse stamping metal sheet systems have been considered. The stress-strain field dispensing were gotten that arise in inductor under the influence of a magnetic field. The physical characteristics of magnetic field were gotten.

Введение. Теоретические основы, описывающие модели механики сплошной среды, которые учитывают действие полей разной физической природы (включая электромагнитную) представлены в работах [1-7]. В рамках этих моделей, внешнее электромагнитное поле воздействует на термомеханическое состояние тела, в уравнениях равновесия учитываются слагаемые, которые характеризуют действие поля на тело, а именно, пондеромоторные силы и пондеромоторные моменты, а также источники энергии, которые появляются в процессе воздействия электромагнитного поля на тело. Пять параметров описывающих поле: напряженность и индуктивность электрического и магнитного полей и плотность поверхностных зарядов. Для тела представлены дополнительные характеристики, описывающие электромагнитные свойства: проводимость, поляризация и намагниченность [4,7].

Общая теория магнитоупругости была освещена в работах [5,10]. Последние авторы создали общие асимптотические решения трехмерных уравнений магнитоупругости для оболочек и пластин и сформулировали гипотезу магнитоупругости тонких тел.

Теоретические и экспериментальные результаты, которые были получены учеными в этой области, позволили применить технологии получения мощных магнитных полей и технические решения в промышленности. Открылась возможность применять большие давления, воздействующие на поверхность про-

водников при резком поверхностном эффекте, для пластической обработки металлов. Это воплотилось в установках магнитно-импульсной штамповки. Работы авторов [11–13] направлены на решение проблем проектирования установок магнитно-импульсной штамповки.

В свете интенсивного развития вычислительной техники и стремительно-го ее роста были созданы комплексы, позволяющие решать прикладные задачи динамической магнитоупругости. Моделированию процессов формообразования и штамповки заготовок посвящены [14–16], в которых, применяется метод конечных элементов и метод граничных элементов для моделирования связанных электромагнитных и механических процессов, освещены некоторые особенности решения связанных задач магнитоупругости.

Для анализа физических процессов, протекающих в необходимо решать связанную задачу, в которой учитывается действие сил различной природы (электромагнитная, механическая).

1. Постановка задачи. Схема установки магнитно-импульсной обработки металлов показана на рис. 1.

На рис. 2 показано расположение индуктора, который схематично представлен на рис. 1 под номером 5, относительно заготовки и матрицы.

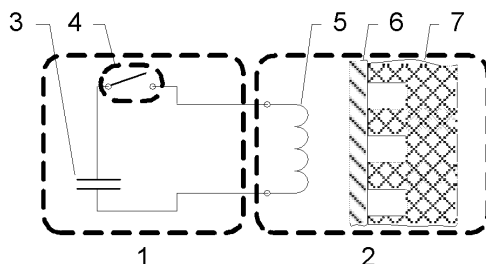


Рисунок 1 – Схема установки магнитно-импульсной штамповки: 1 – высоковольтная система; 2 – индукторная система; 3 – емкостный накопитель энергии; 4 – устройство управления; 5 – индуктор; 6 – листовая заготовка; 7 – матрица

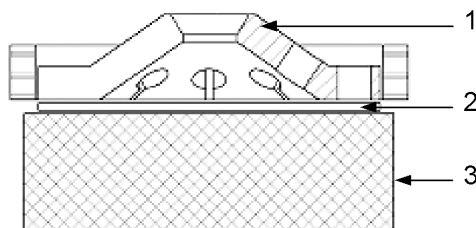


Рисунок 2 – Расположение индуктора относительно заготовки:
1 – индуктор; 2 – заготовка; 3 – матрица

Анализируя параметры работы установки и опираясь на практически обоснования приведенные в [13] принимаем следующее: условие квазистатич-

ности электромагнитных процессов $\omega/c \ll 1$, где ω – рабочая частота установки, c – скорость света, l – характерный геометрический размер индуктора; считаем, что $j = \beta E$, где j – вектор плотности тока, β – коэффициент электропроводности, E – вектор напряженности электрического поля; равенство нулю плотности поверхностных зарядов $\rho_e = 0$.

Запишем основные соотношения теории магнитоупругости [1-7].

Уравнения Максвелла и соотношения электромагнитного поля:

$$\nabla \times H = j, \quad \nabla \cdot B = 0, \quad \frac{1}{\beta_0 \mu_0^2} (\nabla \times B) (\nabla \times B) = 0, \quad \Delta \cdot B = 0, \quad (1)$$

где $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$ – оператор Лапласа в декартовых координатах; H – вектор магнитной напряженности; B – вектор магнитной индуктивности; j – вектор плотности тока; β_0, μ_0 – электрическая и магнитная проницаемость среды.

Уравнение Пуассона для векторного магнитного потенциала:

$$B = \nabla \times A, \quad (2)$$

где A – вектор магнитного потенциала.

Найдя вектор магнитного потенциала A находим локальные характеристики вектора магнитной индукции и вектора напряженности магнитного поля, и интегральные характеристику – магнитостатической силы:

$$H = \mu^{-1} B, \quad F = \frac{1}{2} \oint (H(n \cdot B) + B(n \cdot H) - n(B \cdot H)) dS, \quad (3)$$

Далее запишем основные уравнения для напряжений и деформаций в виде:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (\nabla u + (\nabla u)^T), \quad \sigma = \lambda \varepsilon_\nu I + 2\mu \varepsilon, \quad (4)$$

где ε – тензор деформаций; $u\{u_x, u_y, u_z\}$ – вектор перемещений; σ – тензор напряжений; μ и λ – постоянные Ламе; $\varepsilon_\nu = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ – первый инвариант деформаций; I – единичный тензор.

Запишем уравнения статики в перемещениях:

$$\mu \Delta u + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot u) + \frac{1}{\mu_0} (B) \times (\nabla \times B) = 0, \quad (5)$$

Дополним механическими и электромагнитными граничными условиями:

$$\sigma \cdot n = \sigma_a; \quad u = u_a; \quad B = B_c, \quad (6)$$

где σ_a – заданные напряжения на поверхности; u_a – заданные перемещения на поверхности; B_c – составляющая магнитного поля воздуха.

Данная задача решалась методом конечных элементов, который реализован в комплексе ANSYS. Уравнение, описывающее деформации, записывается в виде [17]:

$$\{\varepsilon\} = [D]^{-1} \{\sigma\}, \quad (7)$$

где $\{\varepsilon\} = [\varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z \varepsilon_{xy} \varepsilon_{yz} \varepsilon_{xz}]^T$ – вектор деформаций; $\{\sigma\} = [\sigma_x \sigma_y \sigma_z \sigma_{xy} \sigma_{yz} \sigma_{xz}]^T$ – вектор напряжений; $[D]$ – матрица податливости, имеет вид

$$[D]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/E_x & -\nu_{xy}/E_x & -\nu_{xz}/E_x & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{yx}/E_y & 1/E_y & -\nu_{yz}/E_y & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{zx}/E_z & -\nu_{zy}/E_z & 1/E_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{xz} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где E_x, E_y, E_z – модули упругости в трех направлениях; G_{xy}, G_{yz}, G_{xz} – модули сдвига в трех плоскостях; $\nu_{xy}, \nu_{yz}, \nu_{xz}$ – коэффициенты Пуассона.

Запишем обратные физические соотношения:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}. \quad (9)$$

Система уравнений связанной задачи магнитоупругости, которая позволяет получить значение векторного магнитного потенциала и перемещений в узлах, в матричном виде записывается так [17]:

$$\begin{bmatrix} [K] & [0] \\ [0] & [K^m] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{A\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\} \\ \{\Psi_i\} \end{Bmatrix}, \quad (10)$$

где $[K]$ – матрица коэффициентов жесткости; $[K^m]$ – матрица коэффициентов векторного магнитного потенциала среды; $\{u\}$ – вектор перемещений; $\{A\}$ – вектор магнитного потенциала; $\{F\}$ – вектор суммарной узловой нагрузки; $\{\Psi_i\}$ – вектор узловых магнитных нагрузок.

2. Численные исследования. Рассмотрена 3-х мерная модель индуктора. На рис. 3 показаны основные характеристики магнитного поля – напряженность и индуктивность. В таблице представлены характеристики материала.

Характеристики материала

№	Характеристика материала	Значение
1	E – модуль упругости	112 ГПа
2	ρ – плотность	$7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
3	ν – коэффициент Пуассона	0,32
4	σ_T – предел текучести	200 МПа
5	μ_0 – относительная магнитная проницаемость	1

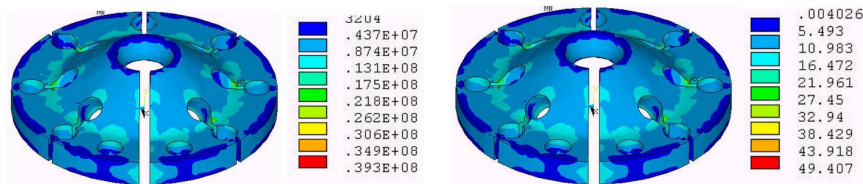


Рисунок 3 – Напряженность и индуктивность магнитного поля

Полученные результаты иллюстрируют влияние отверстий и щели на характер поведения магнитного поля. Отметим, что магнитная напряженность и индуктивность, вблизи отверстия в центре модели численно достигает значения $0,5 \cdot 10^7$ А/м², индуктивность 10 Тл. По модели наблюдаем увеличение амплитуд напряженности $0,4 \cdot 10^8$ А/м² и индуктивности, в среднем, до 25 Тл. Зоны повышенной концентрации вблизи отверстий и щели.

На рис. 4 показана интенсивность напряжений, возникающих в модели. Отметим, что максимальные значения наблюдаются в области отверстия в центре модели напротив щели и достигают значений 83 МПа. Далее, при движении к контурам, наблюдается уменьшение величин интенсивностей напряжений и на торцах достигает нулевого значения.

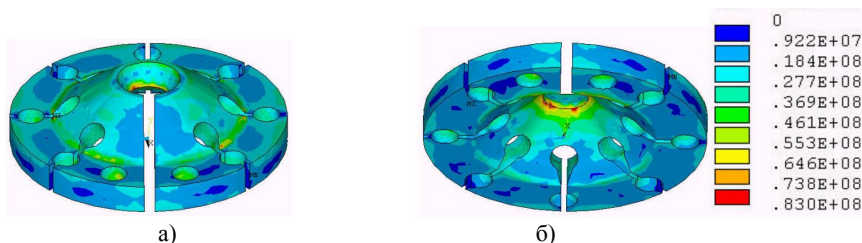


Рисунок 4 – Интенсивность напряжений: а) – вид сверху; б) – вид снизу

Снижение величин интенсивностей напряжений наблюдается в области щели. Отверстия цилиндрической формы вносят циклический характер в распределение интенсивностей напряжений в области, удаленной от щели. На изгибе модели наблюдаем повышенные интенсивности напряжений. По результатам выполненных расчетов делаем вывод о прочности индуктора: максимальные напряжения возникающие в модели удовлетворяют неравенству:

$$[\sigma_T] \geq \left(\frac{1}{2} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2)] \right)^{1/2}.$$

Таким образом условие прочности выполняется.

Выводы. Получено напряженно-деформированное состояние оснастки установок магнитно-импульсной штамповки в трехмерной постановке магнитоупругости и получены картины распределения полей напряжений и деформаций; поля напряженности и индукции магнитного поля, которые определяют силовое воздействие на индуктор со стороны магнитного поля.

Практическая значимость разработанной методики математического моделирования процессов, протекающих в элементах оснастки установок магнитно-импульсной штамповки, – определение оптимальных параметров конструкции, которая должна отвечать условиям прочности при заданных граничных условиях (механических и электромагнитных).

Список литературы: 1. C.Truesdell, R. Toupin The classical field theories, – S. Flügge (editor) // Handbuch der Physik. – Vol. III/1. – Berlin, Springer, 1960. – PP. 226–793. 2. Л.И.Седов Математические методы для

создания новых моделей сплошной среды // Усп. Мат. Наук. – **20**, № 5. – 1965. – С. 121-180. **3.** *A. C. Eringen* Mechanics of Continuum. – New York, Wiley, 1967. **4.** *Я.С. Підстригач, Я.И. Бурак* Некоторые особенности создания моделей механики твердого тела с учетом электронных процессов // Докл. Акад. Наук Укр. – № 12. – 1970. – С. 18-31. **5.** *С.А. Амбарцумян, Г.Е. Багдасарян, М.В. Белубекян* Магнитоупругость оболочек и пластин. – М.: Наука, 1977. **6.** *A.C. Eringen and G.A. Maugin* Electrodynamics of Continua, Vol. 2. – New York, Springer, 1989. **7.** *G.A. Maugin* Continuum Mechanics of Electromagnetic Solids. – New York, Elsevier, 1988. **8.** *L. Knopoff* The interactions between elastic waves motions and a magnetic field in electric conductor // J. Geophys. – Res. 60. – 1955. – PP. 441-456. **9.** *P. Chadwick* Elastic wave propagation in a magnetic field // Actes IX Congr. Intern. Mech. Appl. – Vol. 7. – Bruxelles, Univ. Bruxelles, 1957. – PP. 143-158. **10.** *Я.С.Подстригач, Я.И.Бурак, В.Ф.Кондрат* Магнетотермоупругость проводящих тел. – Киев, Наукова думка, 1982. **11.** *Дашук П.Н., Зайенц С.Л., Комельков В.С. и др.* Техника больших импульсных токов / Комельков В.С. (ред.) – М., Атомиздат, 1970. – 471 с. **12.** *Белый И.В., Фертик С.М., Хименко Л.Т.* Справочник по магнитно-импульсной обработки металлов. – Харьков, «Вища школа», 1977. – 168 с. **13.** *Lange K.* Handbook of metal forming // McGraw-Hill. – 1985. – P. 27.32-27.39. **14.** *Livshitz Y., Gafri O.* Technology and equipment for industrial use of pulse magnetic fields // IEEE International Pulsed Power Conference. – Vol. 1. – 1999. – P. 475-478. **15.** *M. Stierner, J. Unger, H. Blum, B. Svendsen* Fully-coupled 3D Simulation of Electromagnetic Forming // ICHSF 2006, Dortmund, Germany, – 2006. – PP. 63-73. **16.** *Ph. Conraux, M. Pignol, V. Robin, J. M. Bergheau* 3D Finite Element Modeling of Electromagnetic Forming Processes // ICHSF 2006, Dortmund, Germany. – 2006. – PP. 73-83. **17.** ANSYS, Inc., Swanson Analysis Systems IP, Inc., Theory Reference, Release 11.0 ed. 2007.

Поступила в редколлегию 25.11.2008

УДК 539.3

А.В.ВОРОПАЙ, канд.техн.наук; ХНАДУ, Харьков

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛАСТИНЫ С ПРИСОЕДИНЕННОЙ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ МАССОЙ

Механічна система складається з прямокутної пластини середньої товщини шарнірно-обпертої по контуру та зосередженої маси, що лежить на пластині. На пластину діє нестационарне зосереджене навантаження. Викладаються результати розв'язку прямої та оберненої задачі. Розрахунки зводяться до аналізу інтегральних рівнянь Вольтерра I роду, які розв'язуються чисельно з використанням метода регуляризації А. М. Тихонова.

Mechanical system consists of hingedly supported medium-thickness rectangular plate and concentrated mass, which is lying on the plate. The non-stationary concentrated load is acting on the plate. The results of solution for direct and inverse problems are presented. The problems are reduced to the first-kind Volterra integral equations, which are solved numerically by Tikhonov's regularization method.

Введение. Реальные механические системы, как правило, – сложные объекты, которые могут иметь множество малых контактирующих тел. При построении математической модели рассматривают основной механический объект (балка, пластина или оболочка), а остальными, зачастую, пренебрегают. В динамических системах дополнительное влияние оказывают силы инерции, вызванные малыми телами, у которых могут быть относительно высокие ускорения (особенно при нестационарных колебани-